

Evaluation des paramètres optimaux du recuit quantique pour la résolution de problème de couplage

Daniel Vert¹

Université Paris-Saclay, CEA, List, F-91120, Palaiseau, France
daniel.vert2@cea.fr

Mots-clés : *Optimisation, Problème de couplage, Modèle adiabatique, Embedding.*

1 Introduction

Inspiré par l'algorithme de recuit simulé, le recuit quantique est une heuristique utilisant les fluctuations quantiques permettant (théoriquement) de traverser des barrières énergétiques importantes par effet tunnel. Cette particularité lui confère un avantage certain par rapport à son homologue classique. Ces dernières années, deux nouvelles générations de recuit quantique de la société D-Wave sont disponibles : Advantage avec plus de 5000 qubits et 15 couplages par qubit et Advantage2.0 avec la topologie nommée « Zephyr » de 500 qubits mais avec 20 connexions entre les qubits. L'une des principales limitations qui influent « grandement » sur les performances est la connectivité entre les qubits. En raison d'une trop faible connectivité, les variables d'un problème ne sont généralement pas directement intégrables sur les architectures. Il faut alors recourir à une intégration du graphe de l'instance dans le graphe matériel en faisant une « duplication de qubits ». Déterminer un sous-graphe minimal du graphe topologique de la machine, et isomorphe à notre instance, est en général un problème difficile en soi. Néanmoins, il existe des heuristiques pour trouver des "embedding" limitant la duplication excessive des qubits. Le fait d'avoir de la duplication implique du post-processing. De plus pour éviter les erreurs de duplications (deux qubits dupliqués qui n'ont pas la valeur en sortie), nous pouvons imposer un paramètre (`chain_strength`) correspondant au poids des couplages entre qubits dupliqués.

Dans ce contexte, nous examinons dans quelle mesure l'embedding qui minimise le nombre de qubits dupliqués et le `chain_strength` influencent les résultats sur le problème de couplage [1]. Pour ce faire, nous cherchons à obtenir le graphe avec le moins de duplications possible et cherchons à contraindre au mieux les chaînes de qubits afin de limiter les erreurs de duplication sur la machine Advantage.

2 Etude des paramètres

2.1 Embedding

Générer l'embedding optimal d'un graphe sur un autre est un problème difficile en soi. Pour résoudre ce problème un algorithme probabiliste est utilisé. Ce qui signifie qu'à chaque fois que nous appelons la fonction, elle peut renvoyer un embedding différent avec un nombre de duplications différent. Dans notre cas, il est intéressant d'observer l'embedding minimal (avec le moins de duplications possible) pour observer l'influence du nombre de qubits utilisés sur la qualité de la solution et ainsi, générer plusieurs incorporations différentes. Dans l'étude précédente, nous avons pu constater que, plus nous utilisons de qubits physiques, plus il était difficile pour D-Wave de résoudre le problème étant donné que nous obtenions une forte probabilité d'avoir des erreurs de duplication. En effet, les qubits physiques d'une chaîne (issus de la duplication

de qubits) doivent se comporter comme une seule entité (un qubit logique) et donc doivent tous avoir la même valeur à la fin du processus de recuit.

2.2 Chain_strength

Pour y parvenir, les couplages J_{ij} entre les qubits physiques sont fixés à une valeur négative de grande amplitude. L'amplitude détermine la force du couplage de ces qubits et la facilité avec laquelle la chaîne peut se « briser ». Dans ce contexte, une « rupture de chaîne » signifie que différents qubits d'une même chaîne se retrouvent dans des états différents alors qu'ils représentent un même qubit logique. Trop de ruptures de chaîne doivent être évitées car les solutions renvoyées peuvent devenir « aléatoires » et pourraient être de mauvaises qualités [2]. La valeur optimale de la force de la chaîne dépend du problème et éventuellement de l'embedding. Si la force de la chaîne est choisie trop faible, il est énergétiquement favorable de la rompre. En revanche, si elle est choisie trop forte, tous les paramètres définissant l'instance du problème seront très petits comparés à la `chain_strength` et donc ils seront négligeables pour l'algorithme.

3 Implementation sur D-Wave et analyse des résultats

Afin de répondre à cette question, nous avons choisi le problème de couplage biparti de cardinalité maximale \mathbf{G}_n tiré de l'article de Sasaki et Hajek [1]. Ils ont étudié la famille de cas particuliers du problème qui est polynomial, mais avec une espérance mathématique du nombre d'itérations requis par une grande classe d'algorithmes de type recuit (classique) pour atteindre un couplage maximum en $O(e^n)$. Avec ce problème nous pouvons vérifier que le D-Wave obtient bien la solution optimale et notre protocole est le suivant : nous laissons d'abord les paramètres par défaut du D-Wave afin de résoudre le problème sur toutes les tailles de G_n qu'il est possible de venir intégrer. Les paramètres initiaux sont alors : un temps de recuit de $20\mu s$, une `chain_strength` de 1 et 100 embeddings tirés au hasard. En prenant l'embedding qui obtient les meilleurs résultats, nous pouvons constater (tab.1) qu'à partir de 64 variables, il faut utiliser plus de 170 qubits pour obtenir seulement 2 fois la solution optimale sur les 100 runs lancés. Au delà de G_4 , l'écart entre la solution optimale et la solution de plus bas coût trouvée devient trop important (entre 15% et 40%) pour être intéressante. Avec ce premier constat, nous pouvons observer que D-Wave avec plus de 5000 qubits peut s'attaquer à des problèmes de taille maximum 512 variables mais n'obtient pas de bons résultats au delà d'une certaine taille d'instances.

Maintenant, nous reconfigurons les paramètres afin d'améliorer nos premiers résultats, nous ajustons la `chain_strength` au mieux, nous mettons le temps de recuit à $2000\mu s$ (temps maximum imposé par la machine) et déterminons l'embedding avec le moins de duplication possible pour chaque taille d'instance. Nous pouvons constater que les résultats obtenus sont largement meilleurs que précédemment. Pour G_2 nous sommes à plus de 90% de réussite contre à peine 30% et pour G_3 , nous passons de 2% à 21% avec moins de 140 qubits (contre 174 avant).

Nos résultats suggèrent que déterminer l'embedding avec le moins de duplications possible et un temps d'annealing important permettent d'obtenir des résultats de bien meilleure qualité dans l'ensemble des tailles d'instances d'au moins 20%.

Références

- [1] Daniel Vert. *Performance evaluation of quantum annealing on bipartite matching instances*. 32nd EURO Conference, Aalto University.
- [2] Willsch, Madita and Willsch, Dennis and Michielsen, Kristel. *Lecture Notes : Programming Quantum Computers*. Quantum Physics, Computational Physics, ArXiv