

# Sélection automatique d’opérateurs dans un arbre de recherche de Monte-Carlo pour la coloration de graphe pondéré

Cyril Grelier      Olivier Goudet      Jin-Kao Hao

LERIA, Université d’Angers, 2 Boulevard Lavoisier, 49045 Angers, France  
{cyril.grelier,olivier.goudet,jin-kao.hao}@univ-angers.fr

**Mots-clés :** *Coloration de graphe pondéré, recherche arborescente Monte-Carlo, recherche locale, hyper-heuristique, sélection automatique d’opérateurs*

## 1 Introduction

Étant donné un graphe  $G = (V, E, w)$  avec un ensemble de sommets  $V$ , un ensemble d’arêtes  $E = \{\{u, v\}, u, v \in V\}$ , et une fonction de poids  $w : V \rightarrow \mathbb{R}^+$ , affectant un poids positif  $w(v)$  à chaque nœud de  $V$ , le but du problème de coloration des sommets pondérés (WVCP) est de trouver une partition  $S = \{V_1, \dots, V_k\}$  de l’ensemble des sommets  $V$ , en sous-ensembles indépendants  $V_i$  (également appelés groupes de couleurs) de sorte que la fonction suivante soit minimisée :

$$f(S) = \sum_{i=1}^k \max_{v \in V_i} w(v). \quad (1)$$

Un ensemble  $V_i$  est un ensemble indépendant si et seulement si  $\forall u, v \in V_i, \{u, v\} \notin E$ . Le WVCP généralise le problème NP-difficile de coloration de graphes standard et devient ce dernier lorsque tous les poids  $w(v)$  sont égaux pour  $v \in V$ , et est donc lui-même NP-difficile.

Plusieurs heuristiques ont récemment été proposées dans la littérature pour résoudre ce problème, notamment des algorithmes de recherche locale : AFISA [6], RedLS [7] et ILSTS [5], ainsi qu’un algorithme mémétique DLMCOL [3]. Ces heuristiques peuvent fournir des solutions approchées de bonne qualité pour des instances moyennes et grandes, qui ne peuvent pas être résolues en un temps raisonnable par des méthodes exactes. Cependant, étant donné la difficulté du WVCP, aucune heuristique seule n’est capable d’obtenir les meilleurs résultats connus pour toutes les instances de la littérature. Cela peut s’expliquer par le fait que ces instances ont des caractéristiques différentes (degré moyen, distribution des degrés, distribution des poids). Ainsi, même en ajustant finement ses hyperparamètres, il est rare qu’une même heuristique soit suffisamment flexible pour résoudre toutes les instances avec succès. Un moyen possible pour surmonter cette difficulté est de trouver à la volée la meilleure heuristique à utiliser lors de la résolution d’une instance donnée (comme dans l’approche hyper-heuristique [1]).

## 2 Sélection automatique d’opérateurs dans un arbre de recherche de Monte-Carlo

Dans ce travail, nous proposons une nouvelle hyper-heuristique qui se présente sous la forme d’un algorithme de type *Monte Carlo Tree Search* (MCTS) [4] avec une stratégie de simulation adaptative. Nous étudions l’impact de différentes stratégies d’apprentissage en ligne pour la sélection d’opérateurs de bas niveau (procédures de recherche locale) utilisés lors de la phase de simulation du MCTS : des stratégies classiques comme *UCB*, *Pursuit*, *Roulette Wheel* souvent utilisées dans le domaine des hyper-heuristiques [2], mais aussi une nouvelle stratégie avec un

réseau de neurones prenant en compte non seulement les scores passés des différents opérateurs, mais aussi l'état brut de la solution de départ à améliorer par une heuristique de recherche locale. Ce réseau de neurones profond est rendu invariant par permutation des groupes de couleurs dans les solutions grâce à une architecture de type *deep set* [8], ce qui est une propriété importante pour traiter le WVCP.

### 3 Expérimentation

Différentes stratégies de sélection d'opérateurs ont été testées dans ce travail, et une comparaison a été menée avec les meilleurs algorithmes de l'état de l'art, sur 188 instances provenant de problèmes de décomposition de matrices ou des challenges DIMACS.

Les résultats montrent que notre algorithme, équipé de certaines stratégies de sélection adaptative bien réglées, permet d'atteindre le plus grand nombre de meilleurs scores connus pour les instances considérées, par rapport aux meilleures méthodes de l'état de l'art en une heure de temps de calcul sur un CPU (sauf par rapport à l'algorithme DLMCOL [3] qui utilise un GPU et a été exécuté avec un temps de calcul plus long).

Cependant, l'analyse des choix d'opérateurs pour chaque instance particulière montre qu'en général la sélection évolue peu au cours de la résolution d'une instance. Une fois que la meilleure heuristique pour l'instance donnée a été identifiée, elle reste généralement choisie pour le reste de la recherche. Cette absence de variation peut s'expliquer par le fait que pour une instance donnée, il existe généralement une heuristique dominante et que nous n'observons pas à ce stade de réelle complémentarité dans l'utilisation des différents opérateurs au cours de la recherche pour ce problème.

### Références

- [1] Edmund K Burke, Michel Gendreau, Matthew Hyde, Graham Kendall, Gabriela Ochoa, Ender Özcan, and Rong Qu. Hyper-heuristics : A survey of the state of the art. *Journal of the Operational Research Society*, 64(12) :1695–1724, 2013.
- [2] Adrien Goëffon, Frédéric Lardeux, and Frédéric Saubion. Simulating non-stationary operators in search algorithms. *Applied Soft Computing*, 38 :257–268, Jan 2016.
- [3] Olivier Goudet, Cyril Grelier, and Jin-Kao Hao. A deep learning guided memetic framework for graph coloring problems. *Knowledge-Based Systems*, 258 :109986, 2022.
- [4] Cyril Grelier, Olivier Goudet, and Jin-Kao Hao. On monte carlo tree search for weighted vertex coloring. In Leslie Pérez Cáceres and Sébastien Verel, editors, *Evolutionary Computation in Combinatorial Optimization*, Lecture Notes in Computer Science, page 1–16, Cham, 2022. Springer International Publishing.
- [5] Bruno Nogueira, Eduardo Tavares, and Paulo Maciel. Iterated local search with tabu search for the weighted vertex coloring problem. *Computers & Operations Research*, 125 :105087, Jan 2021.
- [6] Wen Sun, Jin-Kao Hao, Xiangjing Lai, and Qinghua Wu. Adaptive feasible and infeasible tabu search for weighted vertex coloring. *Information Sciences*, 466 :203–219, Oct 2018.
- [7] Yiyuan Wang, Shaowei Cai, Shiwei Pan, Ximing Li, and Monghao Yin. Reduction and local search for weighted graph coloring problem. *Proceedings of the AAAI Conference on Artificial Intelligence*, 34(0303) :2433–2441, Apr 2020.
- [8] Manzil Zaheer, Satwik Kottur, Siamak Ravanbakhsh, Barnabas Poczos, Russ R Salakhutdinov, and Alexander J Smola. Deep sets. *Advances in neural information processing systems*, 30, 2017.