# Un modèle à deux niveaux robuste pour le problème d'ordonnancement pour la mobilité aérienne urbaine

Tom Portoleau[1], Claudia D'Ambrosio[1]

LIX CNRS, École Polytechnique, Institut Polytechnique de Paris, France,
{portoleau,dambrosio}@lix.polytechnique.fr

**Mots-clés** : *two-stage, optimisation robuste, urban air mobility*

## 1 Introduction

Grâce aux récents progrès techniques, il est maintenant envisageable de déplacer des personnes par voie aérienne en milieu urbain sur des courtes distances. Ainsi, une littérature a commencé à émerger pour encadrer et décrire ces nouveaux enjeux. Dans [3] les auteurs proposent une étude dans laquelle ils visent à donner une vue d'ensemble des différents domaines de recherche sur le thème émergent de l'"urban air mobility" (UAM). Dans ce contexte, nous nous intéressons plus particulièrement à la résolution du problème de planification d'itinéraires robustes. Ce problème est modélisé comme un problème d'optimisation à deux niveaux. Tout d'abord, le premier niveau -le problème dit stratégique-, consiste à calculer des itinéraire pour un ensemble de vols sur un réseau donné et qui satisfait un ensemble de contraintes. Ensuite, après réalisation d'incertitudes, au second niveau de décision -problème tactique-, on cherche à recalculer des itinéraires en réponse à différents aléas, de sorte à minimiser les temps d'arrivée des différents vols. Ces problématiques de calcul d'itinéraires pour des objets aériens n'est quant à elle pas si récente, et une vaste littérature concernant ce problème dans un contexte aéronautique a déjà été proposée, ainsi qu'une première formulation, dans le contexte UAM, sous forme de programme mathématique linéaire en nombre entiers [2].

## 2 Présentation du problème, modélisation et méthode de résolution

Nous proposons de voir le problème de planification de trajet comme un problème d'optimisation robuste à deux niveaux, avec une incertitude portant le retard des véhicules. On se donne un graphe orienté $G = (V, E)$ dont les noeuds sont des points de passage et les arcs des couloirs aériens empruntables par les véhicules, ainsi qu'un ensemble de vols $\mathcal{F}$ et leurs trajets dans le réseau $\mathcal{P}_i$.

Au premier niveau de décision, on cherche à déterminer un intervalle de temps de passage $\hat{T}_{i,x}$ pour chaque point de passage $x$ de chaque vol $i$ de sorte que : (i) les véhicules sont en permanence à une certaine distance de sécurité $D$ les uns des autres, (ii) un véhicule ne peut pas s'arrêter dans les airs, (iii) sa vitesse est fixée dans un couloir aérien. On nomme $\mathcal{S}(\hat{T})$ cet ensemble de contraintes, de sorte que si un ensemble de variables intervalle $\hat{T}$ satisfait ces contraintes, il constitue une solution admissible pour notre problème. Ce problème a une structure de "jop-shop", c'est pourquoi nos modèles sont écrits avec de la programmation par contraintes, qui est très efficace pour ce genre de problème. On suppose ensuite que l'ensemble des incertitudes est contrainte par un budget $\Gamma$, et que pour tout vol $i$, son décollage peut-être retardé d'une valeur $\gamma_i$. On appelle une réalisation de ces incertitudes un scénario. Au second niveau de décision, le niveau tactique, étant donné un planning initial et un scénario, on cherche

à calculer un nouveau planning, décrit par des variables intervalle de recours $T$ qui satisfait $\mathcal{S}(T)$. L'objectif est de minimiser la somme des dates d'arrivée du second niveau.
Plus formellement :

$$
\begin{aligned}
\min_{\hat{T}_{i,x}} \max_{\gamma_i} \min_{T_{i,x}} & \sum_{i \in \mathcal{F}} \texttt{EndOf}(\mathtt{T_{i,e_i}}) \\
s.t \quad & \mathcal{S}(\hat{T}) && \text{(decision stratégique)} \quad (1)\\
& \texttt{StartOf}(\mathtt{T_{i,s_i}}) \geq \texttt{StartOf}(\mathtt{\hat{T}_{i,s_i}}) + \gamma_\mathtt{i} && \forall i \in \mathcal{F} \quad (2)\\
& \sum_{i \in \mathcal{F}} \gamma_i \leq \Gamma && \forall i \in \mathcal{F} \quad (3)\\
& \mathcal{S}(T) && \text{(decision tactique)} \quad (4)\\
& \gamma_i \in \mathcal{R}^+, \hat{T}_{i,x}, T_{i,x} \quad \text{sont des variables intervalles} && \forall i \in \mathcal{F}, \forall x \in \mathcal{P}_i
\end{aligned}
$$

Ce type de problème est difficile à résoudre [1], et nous proposons d'utiliser la méthode de Benders adverse. L'idée de la méthode de Benders adverse est de séparer un problème d'optimisation robuste en un problème maître ou l'on approxime l'ensemble des scénarios par une liste de scénarios, et d'un sous problème -problème adverse- où l'on souhaite, pour une solution donnée, calculer son pire scénario. C'est une méthode itérative, où l'on résout d'abord le problème maître en considérant un unique scénario, puis la solution obtenue est envoyée en entrée du sous problème, qui renvoie le pire scénario pour cette solution. Ce scénario est ajouté à la liste de scénarios du problème maître puis on réitère jusqu'à convergence.
Dans notre cas, le sous-problème, c'est-à-dire calculer un pire scénario pour un planning initial donné, est difficile. Ainsi, nous proposons de résoudre heuristiquement le problème avec une recherche locale à voisinages variables. Nous proposons également d'améliorer la recherche locale avec des règles de dominances de scénarios. Ensuite, on s'intéresse à une variante du problème dans laquelle on interdit au sous problème de changer l'ordre de passage des véhicules aux différents noeuds par rapport à la décision du premier niveau. On montre que dans ce cas le sous problème est polynomial.

## 3 Experimentations et conclusion

D'abord, nous montrons l'efficacité des modèles de programmation par contraintes par rapport aux formulations de type programmation linéaire en nombre entier proposés dans [2]. Puis, nous comparons les différentes méthodes de résolution proposées et évaluons le "prix de la robustesse" des solutions calculées. Nous projetons d'introduire le calcul des itinéraires $\mathcal{P}_i$ au problème maître afin d'évaluer l'impact du choix de la route sur la robustesse des solutions.

## Références


[1] Marc Goerigk, Adam Kasperski, and Paweł Zieliński. Robust two-stage combinatorial optimization problems under convex second-stage cost uncertainty. Journal of Combinatorial Optimization, 43(3) :497–527, 2022.

[2] Mercedes Pelegrín, Claudia d'Ambrosio, Rémi Delmas, and Youssef Hamadi. Urban Air Mobility : From Complex Tactical Conflict Resolution to Network Design and Fairness Insights. working paper or preprint, https ://hal.archives-ouvertes.fr/hal-03299573/file/TacticalDeconfliction.pdf, July 2021.

[3] Anna Straubinger, Raoul Rothfeld, Michael Shamiyeh, Kai-Daniel Büchter, Jochen Kaiser, and Kay Olaf Plötner. An overview of current research and developments in urban air mobility–setting the scene for uam introduction. Journal of Air Transport Management, 87 :101852, 2020.