

Compilation de problèmes d’ordonnancement à l’aide de groupes d’opérations permutables

Louis Riviere^{1,2,3}, Christian Artigues^{1,2} and Hélène Fargier^{1,3}

¹ Artificial and Natural Intelligence Toulouse Institute, Université de Toulouse, France

² LAAS-CNRS, Université de Toulouse, CNRS, UPS, Toulouse, France

³ IRIT, Université de Toulouse, CNRS, UPS, Toulouse, France

Mots-clés : *Ordonnancement, compilation de connaissances, opérations permutables*

1 Introduction

Les **problèmes d’ordonnancement** sont générale­ment sujets aux **aléas**, ce qui peut dégrader la qualité d’une solution calcul e à l’avance sur des données déterministes. Etant donnée la complexité de calcul de ces solutions, il n’est en général pas possible de corriger en **temps réel** la solution de façon optimale. Certaines approches pour l’ordonnancement sous incertitude (dites proactives-réactives) ne se contentent pas de calculer à l’avance un ordonnancement unique, mais proposent une solution construite pour pouvoir s’adapter en temps réel aux aléas. Il s’agit alors de trouver un compromis entre la qualité de la solution calcul e et l’effort nécessaire à son calcul.

Dans ce papier, nous tentons d’éclairer une de ces approches proactives-réactives sous la lumière du formalisme de la **compilation de connaissances**. La compilation de connaissance est un domaine de recherche dont l’objectif est de compiler des problèmes d’un langage source à un langage cible, pour ensuite permettre le calcul plus rapide d’opérations (ou requêtes) en temps réel. Nous étudierons les possibilités et les intérêts de la compilation du problème $1|prec; r_i; \tilde{d}_i|$ vers le langage des listes de groupe d’opérations permutables [1], en posant les bases d’une **carte de compilation** pour les problèmes d’ordonnancement.

2 Le langage du problème

Le problème $PB = 1|prec; r_i; \tilde{d}_i|$ est le problème consistant en la recherche d’un ordonnancement réalisable étant donn e un ensemble N de tâches sur une seule machine avec $P \in \mathbb{R}^{+|N|}$ la durée des tâches, $R \in \mathbb{R}^{+|N|}$ leurs dates de disponibilité, $D \in \mathbb{R}^{+|N|}$ leurs dates limite d’exécution et $E \subseteq N^2$ l’ensemble des contraintes de précédence liant ces tâches.

Les **variables de décisions d’ordonnancement** telles que $\vec{x}_i = t$ ssi la tâche i commence au temps t permettent d’exprimer une solution \vec{x} de ce problème.

Ce problème peut être vu comme le langage L_{PB} (d’après le formalisme de [2]) :

- Syntaxe : Φ_{PB} l’ensemble des formules (instances) $\varphi = (P, R, D, E)$.
- Sémantique : Associe à chaque φ la fonction $f_\varphi^{L_{PB}} : D_{\chi_{sched}} \rightarrow \mathbb{B}$ tq $f_\varphi^{L_{PB}}(\vec{x}) = \top$ ssi

$$\begin{aligned} r_i &\leq \vec{x}_i \leq d_i - p_i && \forall i \in N \\ \vec{x}_i + p_i &\leq \vec{x}_j \vee \vec{x}_j + p_j \leq \vec{x}_i && \forall (i, j) \in N^2, i \neq j \\ \vec{x}_i &< \vec{x}_j && \forall (i, j) \in E \end{aligned}$$

En d’autres termes $f_\varphi^{L_{PB}}$ détermine si un ordonnancement est solution du problème. Ces fonctions booléennes (ou ensembles de solutions) sont nos objets d’intérêt, que l’on cherche à exprimer dans différents langages.

3 Requêtes

Les requêtes correspondent aux opérations que nous souhaitons effectuer sur nos fonctions, quelqu' soit le langage dans lesquelles elles sont exprimées, pour ainsi pouvoir comparer la complexité de ces requêtes dans différents langages.

Nous considérons dans ce papier quelques requêtes correspondant à certains cas d'application :

- Consistance(CO) et Extraction (EX) : Extraire, si elle existe, une solution au problème.
- Conditionnement (CD) : Modifier l'ensemble des solutions pour refléter une décision.
- Augmentation d'une date de disponibilité ($R\uparrow$), ajout d'une contrainte de précédence ($E\uparrow$) : Restreindre l'ensemble des solutions pour refléter la nouvelle contrainte.

Les requêtes CO, EX et CD sont nécessaires au suivi des décisions d'ordonnancement en temps réel et à la prise de décision. Les requêtes $R\uparrow$ et $E\uparrow$ permettent de prendre en compte certains aléas, mais beaucoup d'autres requêtes peuvent être utiles en fonction du cas d'application.

4 Le langage cible

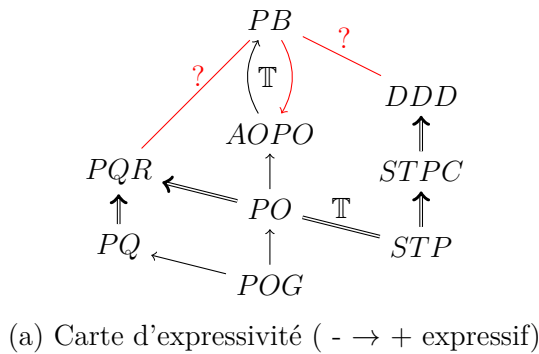
Les séquences de groupes d'opérations permutables (POG) permettent la représentation compacte de larges ensemble de séquences, mais ne sont pas suffisamment expressives. Dans ce papier, nous nous intéressons donc au langage cible que sont les ensembles de POG (SPOG). Ce langage se base sur des **variables de décision de séquence** telles que $\vec{y}_i = j$ iff la tâche i est en position j pour exprimer une séquence solution \vec{y} . Il peut être défini comme :

- Syntaxe : Φ_{SPOG} Chaque SPOG Π est un ensemble de POG.
- Sémantique : I_{SPOG} : Chaque SPOG Π est associé à la fonction $f_{\Pi}^{LSPOG} : D_{\chi_{seq}} \rightarrow \mathbb{B}$ telle que $f_{\Pi}^{LSPOG}(\vec{y}) = \top$ ssi \vec{y} est représentée par l'un de POG de Π .

5 Comparaison des langages et résultats

Les différents langages sont comparés selon trois critères : leur **expressivité** (un langage est plus expressif qu'un autre s'il permet de représenter plus d'objets), leur **compacité** (un langage est moins succinct que l'autre s'il existe des objets pour lequel sa représentation est exponentiellement plus grande que celle dans l'autre langage) et la **satisfaction des requêtes** (un langage satisfait une requête si un algorithme peut y répondre en temps polynomial).

La figure suivante présente l'état de travaux en cours. La figure 1b présente les résultats de complexité pour différentes requêtes (seulement pour les deux langages décrits). La figure 1a présente les résultats d'expressivité pour différents langages en cours d'étude.



Requête	L_{PB}	L_{SPOG}
CO	o	✓
EX	o	✓
CD(y_0)	✓	✓
$R\uparrow$	✓	•
$E\uparrow$	✓	•

(b) Carte des requêtes

✓ : Requête satisfaite ; • : pas satisfaite ;
o : pas satisfaite, sauf si P=NP

Références

- [1] J. Erschler et F. Roubellat An Approach to Solve Workshop Real Time Scheduling Problems, *Advanced Information Technologies for Industrial Material Flow Systems* p. 651, 1989.
- [2] H. Fargier, P. Marquis, et A. Niveau Towards a Knowledge Compilation Map for Heterogeneous Representation Languages *IJCAI* p.877, 2013