Régression ordinale robuste pour l'élicitation de préférences multi-attributs avec synergies entre attributs

Hugo Gilbert[1] Mohamed Ouaguenouni[2] Meltem Öztürk[1]
Olivier Spanjaard[2]

[1] Université Paris-Dauphine, Université PSL, CNRS, LAMSADE, 75016 Paris, France
firstname.lastname@lamsade.dauphine.fr
[2] Sorbonne Université, CNRS, LIP6, 75005, Paris, France
firstname.lastname@lip6.fr

Mots-clés : *élicitation des préférences, modèles additifs avec interactions.*

1 Introduction

Ce travail porte sur l'élicitation des préférences sur domaine combinatoire. Ce problème a été largement étudié sous l'angle de l'apprentissage actif [5] mais aussi passif. Nous considérerons toutefois ici un cadre où un ensemble de données préférentielles est connu en entrée de la procédure d'élicitation, et où il n'y a pas d'interactions avec le décideur.

Étant donné un ensemble $\mathcal{F}$ d'attributs, chaque alternative A est définie comme un sous-ensemble d'attributs. Les préférences seront représentées par une relation d'ordre partielle $\succ$ telle que $A \succ B$ signifie que l'utilisateur préfère strictement l'alternative A à l'alternative B. On notera R l'ensemble des paires (A, B) telles que $A \succ B$. Notre objectif sera d'inférer de nouvelles préférences entre paires à partir de l'ensemble R, en faisant l'hypothèse que les préférences du décideur sont représentables par une fonction d'utilité additive f, avec interactions entre sous-ensembles d'attributs.

Nous utiliserons pour définir cette fonction f un ensemble $\theta \subseteq 2^{\mathcal{F}}$ qui servira à décrire les attributs et les sous-ensembles d'attributs qui participent au calcul de l'utilité selon f. On appelle *degré* de θ le cardinal $\max\{|S| : S \in \theta\}$ du plus grand sous-ensemble S d'attributs dans θ, et *taille* de θ le nombre $|\theta|$ de sous-ensembles dans θ. L'originalité de notre approche tient dans le fait qu'en plus d'apprendre les *valeurs* w_S des paramètres S dans θ, on apprend aussi *le jeu* θ *de paramètres* lui-même, en mettant à jour son degré et/ou sa taille à chaque fois que la fonction est trop simple pour représenter les préférences observées.

Une attention particulière sera portée à la robustesse de notre approche pour inférer de nouvelles préférences, afin qu'elle repose le moins possible sur des choix arbitraires au niveau du jeu de paramètres choisi ou des valeurs des paramètres. Dans ce but, on a recours au modèle ordinal introduit par Fishburn et LaValle [4], dont nous définissons une variante plus robuste. L'approche s'appuie sur des formulations en programmation linéaire en variables mixtes, dans la lignée des travaux en *régression robuste ordinale* [1] pour l'apprentissage de préférences.

2 Le modèle ordinal

Une fonction f est dite θ-additive pour un ensemble $\theta \subseteq 2^{\mathcal{F}}$ si elle s'écrit sous la forme

$$f_{\theta,w}(A) = \sum_{S \in \theta} w_S . I_A(S). \tag{1}$$

où $I_A(S)$ fonction indicatrice d'inclusion de S dans A et w_S valeur du sous-ensemble S.

On dira d'une fonction $f_{w,\theta}$ qu'elle est *compatible* avec un ensemble R de préférences si pour toute paire $(A, B) \in R$ on a $f_{w,\theta}(A) > f_{w,\theta}(B)$. On notera dans ce cas $w \in U_\theta^R$.

La relation de dominance ordinale $\succ_\theta^R$ d'une alternative A sur une alternative B est alors définie comme suit à partir de R et θ :

$$A \succ_\theta^R B \iff \forall w \in U_\theta^R,\ f_{\theta,w}(A) > f_{\theta,w}(B) \tag{2}$$

3 Le modèle ordinal robuste

De la même manière qu'un choix arbitraire de $w \in U_\theta^R$ peut influer les prédictions d'une fonction sur une paire d'alternatives A, B dans un sens ou dans l'autre, le choix d'un jeu de paramètres θ_1 plutôt qu'un autre θ_2 peut également conduire à des conclusions opposées pour des paires d'alternatives A, B, c'est-à-dire que l'on a $A \succ_{\theta_1}^R B$ et $B \succ_{\theta_2}^R A$. Il apparaît donc souhaitable de considérer un modèle robuste au choix de l'ensemble du jeu de paramètres.

Pour ce faire, on note Θ_R les jeux θ de paramètres pour lesquels il existe au moins une fonction $f_{\theta,w}$ compatible avec R, i.e., $U_\theta^R \neq \emptyset$. On définit ensuite un sous-ensemble $\Theta_{\min}^R$ de Θ_R contenant les jeux de paramètres θ les plus simples (au sens du degré puis de la taille). Notre objectif final est de ne prédire que les préférences qui font consensus parmi les modèles de $\Theta_{\min}^R$. Plus formellement, la relation de dominance ordinale robuste se définit comme suit :

$$A \succ_\Theta^R B \iff \forall \theta \in \Theta_{\min}^R,\ A \succ_\theta^R B \tag{3}$$

4 Évaluation du modèle ordinal robuste

Étant donné un ensemble R de préférences et un ensemble θ de paramètres, nous montrons comment déterminer si θ est compatible avec R, c'est-à-dire s'il existe une instanciation de valeurs w_S (pour $S \in \theta$) qui permet d'obtenir une fonction $f_{w,\theta}$ compatible avec R. En utilisant une astuce s'appuyant sur le *kernel* de Mercer [2], nous montrons comment déterminer en temps polynomial le degré minimum de θ pour être compatible avec un ensemble R de préférences.

Le modèle proposé ici a été implémenté et comparé à des approches d'apprentissage automatique largement utilisées dans le domaine de l'élicitation des préférences [2, 3]. La comparaison est faite sur des données synthétiques où l'on suppose que chacune des préférences de R est correcte, ainsi que sur des données du monde réel dans le cadre d'une tâche de filtrage collaboratif à partir d'une base de données de notes de films par des utilisateurs. Les résultats montrent que notre modèle, qui est prudent, fait moins de prévisions que les modèles existants, mais il utilise beaucoup moins d'informations et fait des prévisions plus sûres.

Dans la suite, nous planifions de développer une version active de notre procédure d'apprentissage où les exemples utilisés seront demandés de manière interactive à un décideur afin de converger plus rapidement (en utilisant peu d'exemples). Pour le moment, notre modèle fait l'hypothèse que le décideur ne se trompe pas dans les exemples. Pour pouvoir relâcher cette hypothèse, nous envisageons également de travailler avec une approche Gaussienne pour pouvoir traiter des éventuelles erreurs du décideur.

Références

[1] Salvatore Corrente, Salvatore Greco, Miłosz Kadziński, and Roman Słowiński. Robust ordinal regression in preference learning and ranking. *Machine Learning*, 93(2) :381–422, 2013.

[2] Carmel Domshlak and Thorsten Joachims. Unstructuring user preferences : efficient non-parametric utility revelation. In *Proceedings of the 21st UAI conference*, pages 169–177, 2005.

[3] Paolo Dragone, Stefano Teso, and Andrea Passerini. Constructive preference elicitation over hybrid combinatorial spaces. *CoRR*, abs/1711.07875, 2017.

[4] P. C. Fishburn and I. H. Lavalle. Binary interactions and subset choice. *European Journal of Operational Research*, 92 :182–192, 1996.

[5] Shengbo Guo and Scott Sanner. Multiattribute Bayesian preference elicitation with pairwise comparison queries. In *Int. Symp. on Neural Networks*, pages 396–403. Springer, 2010.