Recherche d'une cible mobile dans un plan avec angles d'observation non disjoints

Hugo Vaillaud[1,2], Claire Hanen[2,3], Emmanuel Hyon[2,3], Cyrille Enderli[1]

[1] Thales DMS France SAS, 2 Av. Jean d'Alembert, 78190 Trappes
[2] Sorbonne Université, CNRS, LIP6, F-75005 Paris, France
[3] UPL, Université Paris Nanterre, France

Mots-clés : *Recherche de cible, Programmation Dynamique, Optimisation Stochastique*

1 Définition du problème et état de l'art

La recherche de cibles mobiles (*target search*) avec plusieurs capteurs hétérogènes est un problème complexe qui a donné lieu à de nombreuses recherches dans le passé, comme en témoignent le livre de Stone [4] et la revue de Rapp [2]. En général, on cherche à optimiser un objectif lié à la probabilité de détecter une ou plusieurs cibles mobiles au cours du temps. La zone de recherche est discrétisée en régions et à toute région est associée une probabilité *a priori* de présence des cibles. On suppose aussi un modèle de déplacement des cibles. La probabilité de détection des cibles dans une région dépend de la quantité d'effort qui y est investie, de la visibilité de la région et de la probabilité que les cibles s'y trouvent. Selon le type de plateforme (drone, satellite), ou de senseur (radar, caméra) plusieurs approches existent. On peut chercher à déterminer un sous-ensemble de régions qui seront observées et l'ordre de visite de ces regions : on parle alors de *path constrained search* (voir [1, 2] et références incluses). On peut aussi chercher à trouver les quantités d'effort (discrètes ou continues) à affecter sur chaque région à chaque pas de temps pour maximiser la probabilité de détecter les cibles sur tout l'horizon de temps [3, 4]). Dans la plupart des travaux, l'effort de recherche est contraint par un budget à chaque pas de temps, mais il est alloué de manière indépendante à chaque région. Le plan de recherche est trouvé à l'aide de l'algorithme Forward-and-Backward [6] (FAB) ou par programmation mathématique.

Nous considérons le problème de recherche d'une cible avec un radar à bord d'une plateforme aéroportée. Dans ce problème, les modèles spatiaux de l'observateur et de la cible sont différents. La cible évolue dans un espace de recherche discrétisé en J régions distinguées par leurs indices $j = 1, \ldots, J$. On ne connait de la cible que les probabilités a priori $p(j)$ qu'elle soit initialement située dans une région j et son modèle de déplacement à chaque pas de temps décrit par un modèle de transition Markovien de matrice de transition connue.

Chaque région est caractérisée par un coefficient de visibilité α_j qui définit la fonction de détection $b(j, z) = 1 - (1 - \alpha_j)^z$. Cette fonction, qui dépend de l'effort z investi dans la région j, représente la probabilité conditionnelle de détecter la cible dans la région sachant qu'elle s'y trouve.

L'observateur (un seul capteur) est fixe et réalise des observations dans un ensemble fini d'angles A. Chaque angle $a \in A$ couvre un cône d'observation qui intersecte un ensemble de régions M_a. On considère ici des cônes d'observation non disjoints, c'est à dire qu'une même région peut être observée par des cônes associés à différents angles. Nous supposons ici pouvoir spatialement ordonner les angles de sorte qu'une région est toujours visible d'au plus K angles consécutifs dans cet ordre.

L'effort porté dans chaque angle a à un instant t, noté $\zeta_a(t)$, mesure le nombre d'observations effectuées dans cet angle au temps t (un même angle peut être observé plusieurs fois). On suppose qu'il y a un budget d'effort maximum $m(t)$ allouable à chaque pas de temps. On recherche un plan d'allocation $\boldsymbol{\zeta} = (\zeta(1), \zeta(2), \ldots, \zeta(T))$ sur l'horizon T, où $\zeta(t) = \{\zeta_a(t)\}_{a \in A}$, qui maximise $P(\boldsymbol{\zeta})$ la probabilité de détecter la cible avant l'horizon T en suivant le plan d'allocation $\boldsymbol{\zeta}$.

2 Notre contribution

Dans un travail antérieur [5], nous avons abordé le problème de recherche d'une cible avec une allocation d'effort dans des angles disjoints et établi l'efficacité de l'algorithme Forward-and-Backward [4]. Une condition nécessaire pour que FAB donne un plan optimal est que $\zeta(t)$ calculé à chaque pas de temps t maximise une probabilité de détecter une cible stationnaire. Comme dans notre cas une région est observable par plusieurs angles, les propriétés de rendement décroissant de l'effort investi dans un angle qui assuraient l'optimalité de l'algorithme stationnaire [5] ne sont plus valables.

Afin que l'algorithme FAB donne un plan optimal pour une allocation sur des angles aux cônes d'observation non disjoints, il nous faut trouver un algorithme de recherche de cible stationnaire qui soit optimal. Nos travaux portent donc sur ce problème spécifique.

On cherche l'allocation d'effort $\zeta = (\zeta_a) \forall a \in A$ qui maximise la probabilité $D(\zeta)$ de détecter la cible à un pas de temps donné :

$$D(\zeta) = \sum_{j \in J} p(j) \left(1 - (1 - \alpha_j)^{\sum_{\{a \in A : j \in M_a\}} \zeta_a} \right).$$

Nous construisons un algorithme pseudo-polynomial pour résoudre ce problème.

Théorème 1. *Le problème de maximisation de $D(\zeta)$ sous la contrainte que $\sum_{a \in A} \zeta_a \leq m$ peut etre résolu par un schéma de programmation dynamique de complexité $\mathcal{O}(|A| \times m^K)$.*

Pour les applications visées, K est une valeur plutôt petite et un tel schéma est donc réalisable en pratique.

Nous montrons ensuite qu'à partir de la solution renvoyée par l'algoritme de programmation dynamique nous pouvons appliquer l'approche Forward and Backward (FAB) pour fournir un plan d'allocation sur tout l'horizon lorsque la cible est mobile.

Afin d'évaluer la qualité de la solution, nous proposons deux relaxations du problème. Dans un premier cas, nous supposons les efforts continus. Ici, la fonction $D(\zeta)$ est convexe, ce qui garantit que FAB donne une solution optimale continue [4]. Dans un second cas, nous découpons les angles de sorte qu'ils deviennent disjoints et appliquons l'algorithme développé précédemment. Sur un jeu d'instances aléatoires, nous comparons la probabilité obtenue par FAB et celle des deux relaxations, mesurant ainsi l'efficacité du plan discret obtenu.

Références

[1] F. Delavernhe, P. Jaillet, A. Rossi, and M. Sevaux. Planning a multi-sensors search for a moving target considering traveling costs. *European Journal of Operational Research*, 292(2) :469–482, 2021.

[2] M. Raap, M. Preuß, and S. Meyer-Nieberg. Moving target search optimization – a literature review. *Computers and Operations Research*, 105 :132–140, 2019.

[3] C. Simonin, J.-P. Le Cadre, and F. Dambreville. A common framework for multitarget search and cross-cueing optimization. In *2008 11th International Conference on Information Fusion*, pages 1–8, 2008.

[4] Lawrence D. Stone. *Optimal search for moving targets*. Springer, 2016.

[5] H. Vaillaud, C. Enderli, C. Hanen, and E. Hyon. Planification de la recherche d'une cible par une plateforme aéroportée. In *23ème congrès ROADEF*, 2022.

[6] A. R. Washburn. Search for a moving target : The FAB algorithm. *Operations Research*, 31(4) :739–751, 1983.