Planification prévisionnelle de véhicules autonomes pour la logistique interne de systèmes de production

Cyril Briand[1], Arthur Bit-Monnot[1], Adrien Deckx Van Ruys[1]

LAAS-CNRS, Université de Toulouse, CNRS, INSA, UPS, Toulouse, France

{cyril.briand,arthur.bit-monnot}@laas.fr

Mots-clés : *Internal logistics, pick-up and delivery, inventory routing.*

1 Introduction

Ce travail s'intéresse à la gestion prévisionnelle des activités d'une flotte de robots dans le cadre particulier de la logistique interne d'un système de production. Dans le contexte de la 4ème révolution industrielle, les chaînes de production sont aujourd'hui fréquemment approvisionnées par des robots qui alimentent les postes de travail en kits de composants, récupèrent les containers vides ou évacuent les déchets produits. L'acheminement des produits semi-finis entre les îlots de production est parfois aussi assuré par des robots, ce qui confère davantage d'agilité à l'ensemble du système. La problématique d'approvisionnement s'apparente au problème connu dans la littérature sous le nom d'Inventory Routing Problem (IRP) [1]. L'IRP consiste à déterminer pour chaque véhicule les tournées à réaliser, chaque tournée définissant l'ordre de visite des postes de travail, la date de visite et la quantité à livrer. Le but est d'éviter les ruptures de stock et de minimiser les coûts logistiques. La problématique d'approvisionnement d'une chaîne de production invalide cependant plusieurs hypothèses de l'IRP classique. Tout d'abord, les temps de chargement/déchargement ne sont plus négligeables devant les temps de transport. D'autre part, la granularité temporelle utilisée en production ne permet pas de décomposer l'horizon de décision en périodes de temps dont la durée serait supérieure à celle d'une tournée. Enfin, la logistique vise davantage une minimisation des encours de production que celle des coûts logistiques. D'autre part, la logistique de transfert des produits semi-finis et d'évacuation des déchets sort clairement du contexte de l'IRP classique car il ne s'agit plus uniquement d'approvisionner les postes, mais aussi de collecter des articles qui y seraient présents et les acheminer ailleurs. Cette problématique s'apparente davantage au problème connu dans la littérature sous le nom de Pickup-and-Delivery Problem (PDP) [2] où des fenêtres de temps sont également à considérer. Ce travail considère une flotte homogène de véhicules et fait le lien entre IRP et PDP pour intégrer les diverses problématiques logistiques décrites ci-dessus, au sein d'un même modèle de programmation linéaire en nombres entiers (PLNE).

2 Modélisation PLNE

Connaissant l'ordonnancement de production et la topologie de l'atelier de production (i.e. la liste des buffers B et les temps de transport inter-buffers), il est possible de dresser la liste des actions logistiques des 3 différents types à accomplir pour assurer le bon déroulement de la production. Chaque action (i, j) est caractérisée par un buffer de collecte $B_i \in B$, un buffer de livraison B_j, une fenêtre temporelle de collecte $[a_i, b_i]$ et une fenêtre de livraison $[a_j, b_j]$. Deux actions (i, j) et (k, l) peuvent impliquer des buffers identiques (i.e., $B_i = B_k$ ou $B_j = B_l$).

Le problème peut alors être représenté par un graphe complet orienté $G = (V, A)$ où V est l'ensemble des sommets et A celui des arcs. V est partitionné en deux sous-ensembles : les sommets de collecte $P = \{1, ..., n\}$ et ceux de livraison $D = \{n + 1, ..., 2n\}$ (chaque noeud i est associé au noeud $n + i$ par une action). Les sommets fictifs 0 et $2n + 1$ modélisent respectivement l'origine et la fin de la tournée de chaque véhicule (ils ne correspondent à aucun lieu réel, une tournée pouvant intégrer autant de passages au dépôt que nécessaire). Ainsi, $V = \{0, ..., 2n + 1\}$. À chaque arrête $(i, j) \in A$ est associé un temps de transport

t_{ij}. Chaque noeud $i \in V$ doit être servi pendant un intervalle de temps $[a_i, b_i]$, le temps de service dure s_i et la quantité requise est q_i. Cette quantité est positive pour les noeuds de collecte, négative pour ceux de livraison. On suppose que $s_0 = s_{2n+1} = 0$, $q_0 = q_{2n+1} = 0$ et $q_{n+i} = -q_i, \forall i \in P$. La flotte est composée d'un ensemble K de K véhicules ($K = \{1, ..., K\}$) et chaque véhicule $k \in K$ a une capacité de transport Q_k, exprimée en nombre de kits de pièces. Finalement, L désigne la longueur de l'horizon de planification. Ainsi, $a_i, b_i \in [0; L], \forall i \in V$. On suppose enfin que $a_0 = a_{2n+1} = 0$ et $b_0 = b_{2n+1} = L$. Sous ces hypothèses, le problème peut se modéliser sous la forme du PLNE ci-dessous, baptisé *PDPTW*, inspiré de la formulation non-linéaire du PDP avec fenêtres de temps proposée par Toth et Vigo [2]. Les variables T_i indiquent la date de visite du sommet $i \in P$. La variable x_{ijk} est égale à 1 si le véhicule k emprunte l'arc (i, j), 0 sinon. Une formulation par flot pour les quantités transportées est adoptée où Q_{ij} indique la quantité transportées sur l'arc $(i, j) \in A$. La fonction objectif (1) maximise la somme des dates de livraison des articles dans une logique de juste-à-temps. Les contraintes (2)-(5) sont inchangées par rapport à la formulation initiale de Toth. Elles indiquent qu'au plus K chemins disjoints, chacun correspondant au parcours d'un véhicule, doivent partir du sommet 0 pour atteindre le sommet $2n + 1$ et couvrir tous les sommets. Les contraintes (6)-(8) font le lien entre les T_i et les x_{ijk}. Les contraintes (6) modélisent les temps de transport minimaux. Les contraintes (7) prennent en compte les fenêtres de temps associées aux sommets du graphe. Enfin, les contraintes (8) expriment que, s'il existe un véhicule k parcourant l'arc (i, j), alors $T_j - T_i \geq s_i + t_{ij}$. La constante M_{ij} est une borne inférieure de $T_j - T_i$. Les contraintes (9)-(10) font le lien entre les quantités véhiculées sur les arcs et les variables x_{ijk}. Les contraintes (9) assurent que la quantité véhiculée sur l'arc est nulle si aucun véhicule n'emprunte l'arc (sinon elle doit être inférieure à Q_k). Les contraintes (10) assurent la conservation des flux aux noeuds i.

La validité de PDPTW a pu être établie sur des instances de petite taille. Une heuristique gloutonne a également été développée pour déterminer des solutions réalisables pouvant avantageusement nourrir un solveur de PLNE afin d'accélérer la résolution. Les temps de résolution reste cependant prohibitif pour traiter des problèmes de taille réaliste. Des approches de décomposition sont à l'étude pour cela.

$$\text{(PDPTW)} \qquad \text{maximiser} \sum_{i \in V} T_i \tag{1}$$

$$\text{t.q.} \quad \sum_{k \in K} \sum_{j \in V} x_{ijk} = 1 \qquad \forall i \in P \tag{2}$$

$$\sum_{j \in V} x_{ijk} = \sum_{j \in V} x_{n+i,jk} \qquad \forall i \in P, k \in K \tag{3}$$

$$\sum_{j \in V} x_{0jk} \leq 1 \qquad \forall k \in K \tag{4}$$

$$\sum_{j \in V} x_{ijk} = \sum_{j \in V} x_{jik} \qquad \forall i \in P \cup D, k \in K \tag{5}$$

$$T_{n+i} \geq T_i + s_i + t_{i,n+i} \qquad \forall i \in P \tag{6}$$

$$a_i \leq T_i + s_i \leq bi \qquad \forall i \in V \tag{7}$$

$$T_j - T_i \geq M_{ij} + (s_i + t_{ij} - M_{ij}) x_{ijk} \qquad \forall i \in V, j \in V, k \in K \tag{8}$$

$$0 \leq Q_{ij} \leq \sum_{k \in K} Q_k x_{ijk} \qquad \forall i \in V, j \in V \tag{9}$$

$$\sum_{j \in V} Q_{ji} - \sum_{j \in V} Q_{ij} = q_i \qquad \forall i \in V \tag{10}$$

$$x_{ijk} \in \{0, 1\} \qquad \forall i \in V, j \in V, k \in K \tag{11}$$

Références

[1] Y. He, C. Artigues, C. Briand, N. Jozefowiez, and S.U. Ngueveu. A Matheuristic with Fixed-Sequence Reoptimization for a Real-Life Inventory Routing Problem. *Transportation Science*, 54(2) :355–374, 2020.

[2] P. Toth and D. Vigo. *Vehicle Routing : Problems, Methods, and Applications, Second Edition*. Society for Industrial and Applied Mathematics, USA, 2014.