

# Optimisation pour l'analyse des réseaux trophiques

Jean-Guy Caputo<sup>1</sup>, Arnaud Knippel<sup>1</sup>, Minh Hieu Nguyen<sup>2</sup>

<sup>1</sup> INSA Rouen Normandie, Laboratoire de Mathématiques, Rouen, France  
{caputo,arnaud.knippel}@insa-rouen.fr

<sup>2</sup> Université Clermont Auvergne, LIMOS, Clermont, France

**Mots-clés** : *réseaux trophiques, flots, programmation mathématique*

## 1 Introduction

Les écosystèmes sont souvent représentés comme des réseaux d'interactions. Nous nous intéressons ici à des réseaux trophiques, qui décrivent les interactions entre les prédateurs et les proies. Ces réseaux sont couramment utilisés pour décrire les écosystèmes marins, qui sont souvent plus complexes que les écosystèmes terrestres, et étudier l'impact de l'activité humaine sur ces écosystèmes [2]. Pour ces écosystèmes, on évalue des biomasses, associées aux sommets d'un graphe, et des flux de matière (carbone par exemple) associés aux arcs. La conservation de la matière fait que ces flux forment un flot entre les sommets représentant les entrées du système (production de carbone liée à l'énergie solaire, imports correspondant à des déplacements de certaines espèces...) et les sommets correspondant aux sorties (respiration, prélèvements dus à l'activité humaine...).

Les biomasses peuvent être estimées par des prélèvements sur le terrain. Une partie des flux peut être estimée par des expériences de laboratoire, mais une autre partie ne peut être évaluée expérimentalement. Pour pallier ce problème, un modèle a été proposé par des biologistes (Linear Inverse Modelling - LIM [5]) qui est représentée par une formulation sous forme de contraintes linéaires représentant diverses contraintes biologiques (contraintes de régime, de respiration, d'excrétion,...). L'ensemble des solutions de ces contraintes forme un polytope des flots possibles (du moins des solutions acceptables au regard des connaissances actuelles en biologie marine).

Nous proposons des outils pour l'étude et l'interprétation des écosystèmes à partir de modèles de programmation mathématique (optimisation non linéaire convexe avec contraintes linéaires) [1].

## 2 Approches de programmation mathématique

Dans la littérature en biologie, le polytope est exploré avec une approche de marche aléatoire (Monte Carlo Linear Inverse Modelling, voir par exemple [3]). Cette approche stochastique permet d'une certaine façon de prendre en compte la variabilité du vivant, mais est très consommatrice de moyens de calculs.

Nous proposons déterminer des solutions réalisables en utilisant comme fonction économique d'un programme mathématique des indicateurs proposés dans la littérature pour l'analyse des écosystèmes (comme par exemple [7]). Dans la littérature, ces indicateurs supposent de connaître les flots. Cependant, avec une approche d'optimisation, un flot peut être déterminé en résolvant un programme mathématique à contraintes linéaires. Nous illustrons cette

approche avec plusieurs indicateurs correspondant à des fonctions convexes. Cette approche permet aussi d'obtenir un flot à partir d'un vecteur de flux obtenus de façon approximative, par projection sur le polytope au sens de l'indicateur choisi.

Nous appliquons cette approche sur un écosystème marin décrit dans la littérature [6] et sur un modèle simplifié ce cet écosystème qui permet de mieux présenter notre approche.

Pour interpréter les résultats et analyser l'écosystème, nous utilisons les résultats classiques sur la décomposition des flots en chemins et circuits.

Nous étudions aussi la stabilité du système dynamique reliant les biomasses aux flux pour les flots obtenus en utilisant les différents indicateurs.

## Remerciements

Le travail présenté a été mené dans le cadre du projet ECUME financé par la Région Normandie.

## Références

- [1] J.G Caputo, V. Girardin, A. Knippel, M.H. Nguyen, N. Niquil, Q. Noguès, Analysis of trophic networks : an optimisation approach, *Journal of Mathematical Biology* 83 :53 (2021).
- [2] S. E. Jorgensen, B. D. Fath, *Fundamentals of ecological modelling : Applications in environmental management and research*, Elsevier, Amsterdam (2011).
- [3] J.K. Kones, K. Soetaert, D. van Oevelen, J.O. Owino, K. Mavuti, Gaining insight into food webs reconstructed by the inverse method , *J. Mar. Syst.* 60, 153-166 (2006).
- [4] D. Langlet, R. Rayfuse, *The Ecosystem Approach in Ocean Planning and Governance*, Brill Nijhoff, Leiden (2018).
- [5] N. Niquil, B. Saint-Beat, G.A. Johnsin, K. Soetaert, D. van Oevelen, C. Bacher, A.F. Vezina, *Inverse Modeling*, in *Modern Ecology and Application to Coastal Ecosystems*, Elsevier Amsterdam (2011).
- [6] Q. Nogués, A. Raoux, E. Aраignous, T. Hattab, B. Leroy, F. Ben Rais Lasram, F. Le Loc'h, J. Dauvin, N. Niquil, Cumulative effects of marine renewable energy and climate change on ecosystem properties : Sensitivity of ecological network analysis, *Ecological Indicators* 121, (2021).
- [7] R. E. Ulanowicz, Biodiversity, functional redundancy and system stability : subtle connections , *J. R. Soc. Interface*, 15, 20180367, (2018).