

# *Social ranking* : élicitation pour la détermination du vainqueur nécessaire à partir d'information incomplète

Ariane Ravier<sup>1</sup>, Sébastien Konieczny<sup>2</sup>, Stefano Moretti<sup>1</sup>, Paolo Viappiani<sup>1</sup>

<sup>1</sup> LAMSADE, CNRS, Université Paris-Dauphine

{`ariane.ravier`, `stefano.moretti`, `paolo.viappiani`}@lamsade.dauphine.fr

<sup>2</sup> CRIL, CNRS, Université d'Artois

`konieczny@cril.fr`

**Mots-clés** : *social ranking*, *lex-cel*, *ordre partiel*, *élicitation*, *décision*, *incertain*

## 1 Introduction

Le problème de *social ranking*, appliqué à une population donnée  $X$ , se base sur un ordre total  $\mathcal{R}$  sur l'ensemble des coalitions pouvant être formées à partir de cette population (noté  $\mathcal{P}(X)$ ). Cet ordre représente des préférences à partir desquelles on cherche ensuite à déterminer un ordre total sur les individus de la population. Plusieurs méthodes de résolution ont été proposées dans divers travaux antérieurs [3, 4], notamment la *lex-cel* [1, 2], qui valorise la présence d'éléments dans les meilleures coalitions de l'ordre exprimé.

Dans certaines situations, il peut être considéré suffisant de pouvoir déterminer l'individu préféré, *i.e.* le meilleur élément du classement sur les individus [6].

La principale limite de ce problème est relative à la taille des données d'entrée. En effet, l'ensemble  $\mathcal{P}(X)$  croît de manière exponentielle avec la taille de  $X$ . Aussi, demander à une personne d'exprimer ses préférences sur un ensemble si large représente rapidement un lourd effort cognitif. Plus généralement, il peut être plus facile de manipuler plusieurs sous-ordres partiels de petite taille que l'ordre total de taille  $2^X$ . Pour cette raison, on choisit de se placer dans un cadre particulier du problème de *social ranking*, où l'on suppose qu'il existe un ordre total sur  $\mathcal{P}(X)$ , mais que l'on ne dispose que de sous-ensembles de cet ordre, appelés *sous-classements*. Dans le cas où ceux-ci ne seraient pas assez informatifs pour déterminer le vainqueur nécessaire dans notre population, on propose d'étudier différentes méthodes d'élicitation pour atteindre une connaissance suffisante pour déterminer l'individu vainqueur.

## 2 Quelques définitions

Soit  $\mathcal{R}$  une relation de préférence totale sur  $\mathcal{P}(X)$ , on appelle *ordre morcelé*  $\mathcal{O}_X$  un ensemble d'ordres partiels (appelés *sous-classements*) en accord avec  $\mathcal{R}$ , *i.e.*  $\mathcal{O}_X = \{\mathcal{R}_1, \dots, \mathcal{R}_m\}$  t.q.  $\forall i \in \{1, \dots, m\}, \mathcal{R}_i \subseteq \mathcal{R}$ . Afin d'éviter une partie de redondance, on peut poser une condition selon laquelle il n'existe pas de paire de sous-classements  $\mathcal{R}_i, \mathcal{R}_j \in \mathcal{O}_X$  telle que  $\mathcal{R}_i \subseteq \mathcal{R}_j$  ou  $\mathcal{R}_j \subseteq \mathcal{R}_i$ .

Étant donné un ordre partiel, Konczak et Lang [5] appellent *vainqueur possible* un individu tel qu'il existe une extension de l'ordre partiel dans laquelle cet individu est gagnant. Un *vainqueur nécessaire* est tel que, pour toute extension possible de l'ordre partiel, cet individu est gagnant. On note que s'il n'existe qu'un unique vainqueur possible, celui-ci est alors vainqueur nécessaire. Dans le cadre d'un ordre morcelé, on dira qu'un élément  $x \in X$  est un vainqueur possible (*resp.* nécessaire) s'il existe une combinaison des sous-classements telle que  $x$  gagne (*resp.* toute combinaison des sous-classement voit  $x$  gagner) d'après la *lex-cel*.

### 3 Méthodes d'élicitation

Guidés par des propriétés propres à la *lex-cel*, on propose une méthode dite "naïve", basée sur une étude des coalitions pour la reconstruction exacte de l'ordre total, et une méthode dite "prospective", basée sur une comparaison des individus de la population.

#### 3.1 Méthode "naïve"

La méthode dite "naïve" cherche à éliciter les premières coalitions de l'ordre total. En effet, puisque, lorsque l'on applique la *lex-cel*, la première coalition de l'ordre total est nécessairement la première d'un des ordres partiels contenus dans l'ordre morcelé  $\mathcal{O}_X$ , on demande à l'utilisateur de comparer entre elles les coalitions en tête de chaque sous-classement, jusqu'à déterminer la meilleure, qui vient alors compléter notre ordre reconstruit. Ce processus est répété jusqu'à ce que l'on dispose d'un ordre reconstruit assez complet pour qu'une simple application de la *lex-cel* permette d'en déterminer le vainqueur.

On propose trois variations sur la façon de sélectionner les coalitions à comparer : aléatoirement, lexicographiquement (*i.e.* en suivant l'ordre des sous-classements au sein de l'ordre morcelé), et par minimisation de l'intersection.

#### 3.2 Méthode prospective

La méthode prospective se focalise sur les vainqueurs nécessaires, et demande à l'utilisateur de comparer directement les coalitions qui permettront d'assurer la dominance d'un vainqueur nécessaire sur un autre d'après la *lex-cel*. Les deux individus à comparer sont déterminés par une étude de la propension à être situé en tête du classement, basée sur une généralisation de la *lex-cel* pour un ordre morcelée, appelée *lex-cel globale*.

En se focalisant directement sur les individus à classer, cette méthode permet notamment d'éviter de demander à l'utilisateur de comparer des coalitions jugées non-informatives.

#### Acknowledgements

We acknowledge a financial support from the project THEMIS ANR-20-CE23-0018 of the French National Research Agency (ANR).

#### Références

- [1] Encarnación Algaba, Stefano Moretti, Eric Rémila, and Philippe Solal. Lexicographic solutions for coalitional rankings. *Social Choice and Welfare*, pages 1–33, 2021.
- [2] Sylvain Béal, Eric Rémila, and Philippe Solal. Lexicographic solutions for coalitional rankings based on individual and collective performances. Working Papers 2021-07, CRESE, October 2021.
- [3] Adrian Haret, Khani Hossein, Stefano Moretti, and Meltem Öztürk. Ceteris paribus majority for social ranking. *Proceedings of the 27th international joint conference on artificial intelligence (IJCAI-18)*, page 303–309, 2018.
- [4] Hossein Khani, Stefano Moretti, and Meltem Ozturk. An ordinal banzhaf index for social ranking. In *28th International Joint Conference on Artificial Intelligence (IJCAI 2019)*, pages 378–384, 2019.
- [5] Kathrin Konczak and Jerome Lang. Voting procedures with incomplete preferences. *Proceedings of the Multidisciplinary IJCAI-05 Workshop on Advances in Preference Handling*, 01 2005.
- [6] Sébastien Konieczny, Stefano Moretti, Ariane Ravier, and Paolo Viappiani. Selecting the most relevant elements from a ranking over sets. In *Scalable Uncertainty Management*, pages 172–185, Cham, 2022. Springer International Publishing.