

# Optimisation topologique pour la conception de circuits magnétiques par la méthode adjointe en 3D

Zakaria Houta<sup>1</sup>, Thomas Huguet<sup>1</sup>, Frédéric Messine<sup>1</sup>

LAPLACE-CNRS, ENSEEIHT, Toulouse-INP Toulouse, France  
{houta,huguet,messine}@laplace.univ-tlse.fr

**Mots-clés :** *Optimisation topologique, Problème inverse, Électromagnétisme.*

## 1 Introduction

Un problème d'optimisation topologique est un problème où les variables permettent de définir la structure même de certaines parties du design. Ce type d'optimisation est essentiel dans de nombreuses applications, comme pour le design de la structure des ailes d'avions ou de moteurs électriques.

Dans cet article, nous nous intéressons à l'optimisation du design d'un circuit électromagnétique constitué de fer et d'une bobine. Ce circuit 3D est représenté en figure 1, la structure fixe de fer étant en blanc et la bobine en jaune. La partie grisée sur la figure 1, dénommée  $\Omega_v$ ,

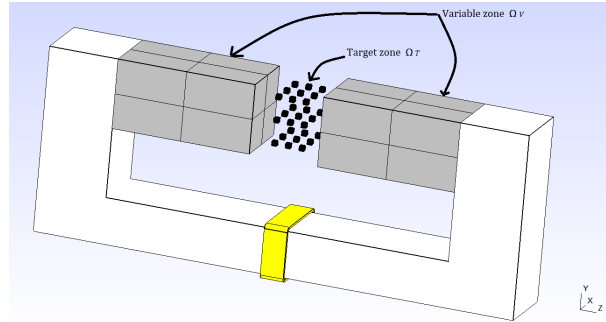


FIG. 1 – The studied 3D magnetic circuit

est la partie variable qui va être discrétisée plus ou moins finement. L'optimisation décidera si ces petits cubes sont du vide ( $p_i = 0$ ) ou du fer ( $p_i = 1$ ). La fonction objectif à optimiser est définie à partir du champ magnétique calculé dans la zone objectif  $\Omega_T$ , représentée sur la figure par des cubes noirs. Ce champ magnétique doit correspondre au mieux à un champ objectif fixé et noté  $\mathbf{B}_0$ . Ainsi, ce problème de design se formule de la manière suivante :

$$\min_{p_i \in \{0,1\}^N} F(p) = \int_{\Omega_T} \|\mathbf{B}(\mathbf{A}(p)) - \mathbf{B}_0\|^2 d\Omega$$

avec  $\mathbf{A}$  et  $\mathbf{B}$  qui sont calculées à partir de l'équation de Maxwell  $\nabla \times [\nu(p)\mathbf{B}(\mathbf{A})] = \mathbf{J}$  sur  $\Omega$  et avec  $\mathbf{A} \times \mathbf{n} = 0$  sur  $\partial\Omega$ . Notons que  $\mathbf{J}$  est la densité de courant donnée dans la bobine ( $5A/mm^2$ ) et que le champ magnétique est calculé à partir de  $\mathbf{A}$  par  $\mathbf{B}(\mathbf{A}) = \nabla \times \mathbf{A}$ . Il faut noter que le calcul de  $\mathbf{B}(\mathbf{A}(p))$  est excessivement coûteux en temps-CPU car la résolution des équations de Maxwell associées nécessitent l'utilisation de codes éléments finis.

Ce problème d'optimisation est fortement non linéaire, non convexe, discret et de type boîte noire pour le calcul de  $\mathbf{B}(\mathbf{A}(p))$ . Il est possible de le résoudre directement par des méthodes métaheuristiques d'optimisation comme les algorithmes génétiques, mais c'est excessivement

coûteux en temps-CPU et l'on sera rapidement limité par le nombre de variables ( $N$ ). Notre approche est basée sur la méthode SIMP et la méthode adjointe [2, 3] : i) le problème discret est relâché dans  $[0, 1]^N$  ; ii) le calcul du gradient de  $F$  est effectué par le développement de la méthode adjointe ; iii) la résolution du problème pénalisé (pour revenir sur des solutions discrètes) est effectuée avec des méthodes locales de descente de gradient.

L'idée de ce travail est de partir des travaux précédents [2, 3] qui utilisent et développent cette approche en 2D et de les étendre à la 3D. Dans ce cas 3D, la méthode adjointe donne la sensibilité du problème suivante :  $\frac{\partial F(p)}{\partial p_i} = \int_{\Omega} -\mu_0 \frac{\partial \nu(p)}{\partial p_i} \mathbf{B}(\boldsymbol{\lambda})^T \cdot \mathbf{B}(\mathbf{A}) d\Omega$ , où  $\mathbf{B}(\boldsymbol{\lambda})$  est obtenue par la résolution du problème adjoint  $\nabla \times [\mathbf{M}_a \mathbf{1}_{\Omega_T} - \nu \mathbf{B}(\boldsymbol{\lambda})] = 0$  avec  $\mathbf{M}_a = \frac{2}{\mu_0} (B_x - B_{0x}, B_y - B_{0y}, B_z - B_{0z})^T$  et  $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$  étant la perméabilité du vide.

## 2 Premier exemple numérique

A titre illustratif, on va construire le problème inverse suivant : - on part d'une structure de fer dans la zone grisée  $\Omega_v$  de la figure 1, cf figure 2 ; - on calcule le champ magnétique dans la zone objectif  $\Omega_T$ , ce qui nous fournit  $\mathbf{B}_0$  ; - on résout le problème d'optimisation avec ce  $\mathbf{B}_0$  ; - on vérifie si la structure de fer imposée initialement est retrouvée.

Pour résoudre ce problème à 16 variables, on utilise la méthode locale de descente MMA, [1]. Sur cet exemple, les solutions obtenues à partir de plusieurs points de départs différents n'appartiennent pas à  $\{0, 1\}^N$ , on va ainsi utiliser une méthode de pénalisation polynomiale SIMP [2] du problème. Notre approche originale est : i) Résoudre le problème en partant d'un degré faible de pénalisation ; ii) En se servant de la solution trouvée, construire un nouveau point de départ (proche d'être discret) ; iii) Augmenter le degré de pénalisation et revenir à l'étape i) jusqu'à ce qu'une certaine tolérance soit atteinte. Les détails précis seront donnés lors de la présentation orale.

Dans cet exemple simple, on retrouve très rapidement la solution globale du problème présentée en figure 2 à une tolérance près de 0.1 et ce, en deux itérations de l'algorithme homothopique ci-dessus.

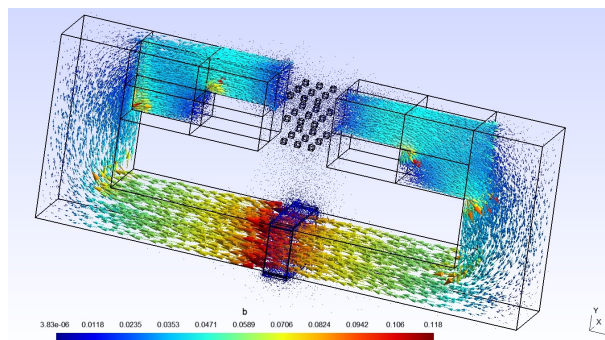


FIG. 2 – Distribution de matière donnant  $\mathbf{B}_0$

Des exemples de grandes tailles sont étudiés pour montrer l'efficacité de notre méthode.

## Références

- [1] K. Svanberg. The method of moving asymptotes-A new method for structural optimization. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 24 :359–373, 1987.
- [2] S. Sanogo, F. Messine, C. Hénaux et R. Vilamot. *Topology Optimization for Magnetic Circuits dedicated to Electric Propulsion*. *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 50, 635 - 654, 1999.
- [3] Y. Rtimi and F. Messine *An implementation of adjoint based topology optimization in magnetostatics - Application to design hall-effect thrusters*. *COMPEL*, Vol. 38, 1023 - 1035, 2019.